b) Etudier la monotonie de la suite (I_n).

$$I_{n+1} - I_n = \int_0^1 t^{n+1}\cos(t)\,dt - \int_0^1 t^n \cos(t)\,dt$$

$$= \int_0^1 t^{n+1}\cos(t) - t^n\cos(t)\,dt$$

$$= \int_0^1 t^n \cos(t)(t-1)\,dt$$

on a $t \mapsto t^n\cos(t)(t-1)$ est

continue sur $[0,1]$

par suite

$\forall t \in [0,1]$, $t^n\cos(t) \geq 0$

et $(t-1) \leq 0$

donc $t^n\cos(t)(t-1) \leq 0$

$\forall t \in [0,1]$

Donc $\int_0^1 t^n\cos(t)(t-1)\,dt \leq 0$